

**Экзаменационная работа по алгебре для поступающих в 8  
математический и IT классы**

**1** Решите уравнение:

а)  $\frac{4x - 1}{3} - \frac{x + 1}{2} + \frac{5x + 1}{6} = 3x - 10;$

б)  $(x - 2)(x^2 + 2x + 4) - x(x - 4)(x + 4) = 16;$

в)  $(x - 3)^2 = 2x - 6.$

**2** Разложите на неразложимые множители:

а)  $20a^6 - 20a^4b + 5a^2b^2;$

б)  $16x^2 - 8x - 14y - 49y^2;$

в)  $y^3 + 4xy^2 - 12xy + 36x + 27.$

**3** Из пунктов  $A$  и  $B$  одновременно навстречу друг другу отправились велосипедист и пешеход. Через 12 минут они встретились, и велосипедист повернул обратно. В пункт  $A$  пешеход прибыл через 36 минут после возвращения туда велосипедиста. Сколько времени велосипедисту требуется на весь путь от  $A$  до  $B$ ?

**4** Найдите наименьшее значение выражения и при каких значениях переменных оно достигается:

$$y^2 - 8xy + (3x + 5y - 46)^2 + 4(4x^2 + 1).$$

**5** а) Напишите уравнение прямой  $l$ , проходящей через точки  $M(1; -1)$  и  $N(3; 3)$ .

б) Прямая  $y = x - 4$  пересекает ось  $Ox$  в точке  $B$ , а ось  $Oy$  — в точке  $A$ . Считая начало координат за точку  $O$ , напишите уравнение прямой  $BC$ , если известно, что отрезок  $BA$  является медианой треугольника  $CBO$ , и постройте эту прямую на координатной плоскости.

**6** Упростите выражение и найдите его значение при тех  $a$ , для которых  $|a| = 5$ :

$$(3a^2 - 2a + 1)(2a - 3) - (2a^2 - 3a + 4)(3a + 1) + 1,5(4a^2 - 6)$$

7 Решите одно из заданий на выбор.

а) Что больше:

$$444444 \cdot 666667 \text{ или } 333333 \cdot 888888?$$

На сколько?

б) Решите систему уравнений 
$$\begin{cases} x^2 - xy - 4x + 3y + 3 = 0 \\ 4x - y - 8 = 0 \end{cases}$$

в) По результатам первой волны экзаменов в 8 мат-ит класс поступили 25 человек. После второй волны поступили ещё семь, и доля девочек выросла на 10%. Сколько всего девочек?

Краткие решения экзаменационной работы по алгебре (7 класс)

1. Решите уравнения

а)

$$\frac{4x - 1}{3} - \frac{x + 1}{2} + \frac{5x + 1}{6} = 3x - 10 \quad | \cdot 6$$
$$2(4x - 1) - 3(x + 1) + (5x + 1) = 6(3x - 10)$$
$$8x - 2 - 3x - 3 + 5x + 1 = 18x - 60$$
$$10x - 4 = 18x - 60$$
$$8x = 56$$
$$x = 7$$

•  
Ответ:  $x = 7$ .

б)

$$(x - 2)(x^2 + 2x + 4) - x(x - 4)(x + 4) = 16$$
$$x^3 - 8 - x(x^2 - 16) = 16$$
$$x^3 - 8 - x^3 + 16x = 16$$
$$16x = 24$$
$$x = 1,5$$

•  
Ответ:  $x = 1,5$

в)

$$(x - 3)^2 = 2x - 6$$
$$(x - 3)^2 - 2(x - 3) = 0$$
$$(x - 3)(x - 3 - 2) = 0$$
$$(x - 3)(x - 5) = 0$$

•  
Ответ:  $x = 3$  или  $x = 5$

## 2. Разложите на неразложимые множители

а)  $20a^6 - 20a^4b + 5a^2b^2 = 5a^2(4a^4 - 4a^2b + b^2) = 5a^2(2a^2 - b)^2$ .

б)  $16x^2 - 8x - 14y - 49y^2 = (16x^2 - 49y^2) - (8x + 14y) =$   
 $= (4x - 7y)(4x + 7y) - 2(4x + 7y) = (4x + 7y)(4x - 7y - 2)$ .

в)  $y^3 + 4xy^2 - 12xy + 36x + 27 = (y^3 + 27) + 4x(y^2 - 3y + 9) =$   
 $= (y + 3)(y^2 - 3y + 9) + 4x(y^2 - 3y + 9) = (y^2 - 3y + 9)(4x + y + 3)$ .

## 3. Текстовая задача

1) Рассмотрим движение после разворота. Велосипедист ехал от разворота до  $A$  12 минут. Пешеход то же расстояние преодолел за  $36 + 12 = 48$  минут. Значит, велосипедист в 4 раза быстрее.

2) Тот путь, который пешеход прошёл от  $B$  до места встречи за 12 минут, велосипедист проедет в 4 раза быстрее. То есть за  $12 : 4 = 3$  минуты.

3) На весь путь велосипедисту нужно  $12 + 3 = 15$  минут.

**Ответ:** 15 минут.

## 4. Наименьшее значение выражения

Скобку  $(3x + 5y - 46)^2$  преобразовывать не будем. Последнюю скобку раскроем и сгруппируем с первыми двумя слагаемыми:

$$y^2 - 8xy + (3x + 5y - 46)^2 + 4(4x^2 + 1) = (4x - y)^2 + (3x + 5y - 46)^2 + 4$$

Наименьшее значение равно 4, когда квадраты равны 0:

$$\begin{cases} 4x - y = 0; \\ 3x + 5y - 46 = 0 \end{cases} \Rightarrow 3x + 20x - 46 = 0$$

Решая систему, получим  $x = 2$ ,  $y = 8$ . **Ответ:** наименьшее значение 4 при  $x = 2$ ,  $y = 8$ .

## 5. Функции и графики

а) Подставим  $M(1; -1)$  и  $N(3; 3)$  в уравнение прямой в общем виде  $y = kx + b$ :

$$\begin{cases} -1 = k + b \\ 3 = 3k + b \end{cases} \Rightarrow k = 2, b = -3 \Rightarrow y = 2x - 3.$$

б) Прямая  $y = x - 4$  пересекает оси в точках  $B(4; 0)$  и  $A(0; -4)$ . Так как  $BA$  — медиана  $\triangle CBO$ , точка  $A$  является серединой  $CO$ . По рисунку найдём координаты точки  $C$ :  $C(0; -8)$ .

Уравнение прямой  $BC$ , проходящей через точки  $(4; 0)$  и  $(0; -8)$ :  
 $y = 2x - 8$ .

## 6. Упростите выражение

$$(3a^2 - 2a + 1)(2a - 3) - (2a^2 - 3a + 4)(3a + 1) + 1,5(4a^2 - 6) = \\ = (6a^3 - 13a^2 + 8a - 3) - (6a^3 - 7a^2 + 9a + 4) + (6a^2 - 9) = -a - 16.$$

При  $|a| = 5$ :

— если  $a = 5$ , то  $-5 - 16 = -21$ ;

— если  $a = -5$ , то  $-(-5) - 16 = -11$ .

**Ответ:**  $-a - 16$ ; значения:  $-21$  или  $-11$ .

## 7. Задание на выбор

а) Сравним произведения:

$$444444 \cdot 666667 = 4 \cdot 111111 \cdot (6 \cdot 111111 + 1) = 24 \cdot 111111^2 + 444444$$

$$333333 \cdot 888888 = 3 \cdot 111111 \cdot 8 \cdot 111111 = 24 \cdot 111111^2$$

Первое число больше второго на 444444.

б) Преобразуем первое выражение. На основе  $x^2 - 4x$  выделим полный квадрат:

$$x^2 - 4x + 4 - xy + 3y - 1 = 0$$

$$(x - 2)^2 - xy + 3y - 1 = 0$$

Разложим разность квадратов  $(x - 2)^2 - 1$ :

$$(x - 2 - 1)(x - 2 + 1) - xy + 3y = 0$$

$$(x - 3)(x - 1) - y(x - 3) = 0$$

$$(x - 3)(x - 1 - y) = 0$$

Отсюда либо  $x = 3$ , либо  $x = y + 1$ .

Вспоминаем во второе равенство в системе. Учитывая его получаем либо  $x = 3$ ;  $y = 4$ , либо  $x = \frac{7}{3}$ ;  $y = \frac{4}{3}$ .

**в)** Важно понимать, что принимается за 100%, когда мы говорим: «доля девочек выросла на 10%». Первый раз мы принимаем за 100% 25 человек; второй раз за 100% принимаются 32 человека.

Сначала 1 человек составлял 4% от класса. Затем 1 человек стал составлять  $\frac{100}{32} = 3\frac{1}{8}\%$  от класса.

Пусть сначала было  $n$  девочек, а пришли ещё  $k$  девочек.

Сначала доля девочек была  $4n\%$ , затем  $3\frac{1}{8}(n + k)$ .

Так как доля девочек увеличилась на 10%, составим уравнение:

$$4n - 3\frac{1}{8}(n + k) = 10$$

$$\frac{7}{8}n - 3\frac{1}{8}k = 10$$

$$7n - 25k = 80$$

Переберём все возможные значения  $k$  от 0 до 7 (пришло 7 человек, девочек среди них могло быть 0-7). Целое значение  $n$  получается только при  $k = 1$  ( $n = 15$ ). Всего  $1 + 15 = 16$  девочек.

**Ответ:** 16 девочек.