

# ПРИМЕНЕНИЕ РАЗЛОЖЕНИЯ НА МНОЖИТЕЛИ

## Классная работа

- 1** **Разминка.** Найдите среди данных выражений а) полные квадраты; б) неполные квадраты; в) выражения, противоположные полным квадратам:

А.  $25x^4 - 30x^2y + 9y^2$     Б.  $-16m^2 - 24mn - 9n^2$     В.  $\frac{1,44a^4}{b^6}$

Г.  $4a^2 + 6ab^2 + 9b^4$     Д.  $81c^6 + 18c^3d^4 + d^8$     Е.  $9p^2 + 24pq - 16q^2$

Ж.  $15 - 10k^3 + 2k^6$

- 2** Разложите на неразложимые множители:

1)  $a(a - 6) - (b - 3)(b + 3)$ ;    2)  $x^2 - 4x - 9y^2 + 18y - 5$ ;

3)  $27a^3b - 125b + 45a(5b - 3ab)$ ;    4)  $9p^3 - 12p^2 + 6p - 1$ .

## Применение разложения на множители:

— вычислить;

— упростить выражение;

— найти значение выражения (через значения других выражений);

— найти наибольшее/наименьшее значение выражения (минимаксные задачи);

— решить уравнение;

— задачи, связанные с делимостью.

- 3** Найти значение выражения.

1) Известно, что

$$x^2 + y^2 = 19, xy = 3.$$

Найдите  $x + y$ .

2) Найдите

$$a^6 + 3a^2b^2 + b^6,$$

если

$$a^2 + b^2 = 1.$$

3) Найдите  $x + y$ , если

$$x^3 + y^3 = 9, \quad x^2y + xy^2 = 6.$$

## Решения классной работы

**1** Найти полные квадраты, неполные квадраты, выражения, противоположные квадратам.

$$A = (5x^2 - 3y)^2 - \text{полный квадрат};$$

$$B = -(4m + 3n)^2 - \text{противоположно полному квадрату};$$

$$B = \left(\frac{1,2a^2}{b^3}\right)^2 - \text{полный квадрат};$$

$$Г = (2a)^2 + 2a \cdot 3b^2 + (3b)^4 - \text{неполный квадрат};$$

$$Д = (9c^3 + d^4)^2 - \text{полный квадрат};$$

$$E = 9p^2 + 24pq - 16q^2 - \text{ни один из этих типов};$$

$$Ж = 15 - 10k^3 + 2k^6 - \text{ни один из этих типов}.$$

**2** Разложить на множители.

$$1) a(a - 6) - (b - 3)(b + 3)$$

$$\text{Раскроем скобки: } a^2 - 6a - b^2 + 9$$

$$\text{Сгруппируем 1, 2 и 4 слагаемые вместе: } a^2 - 6a + 9 - b^2$$

$$\text{Выделим полный квадрат: } (a - 3)^2 - b^2$$

$$\text{Разность квадратов: } (a - 3 - b)(a - 3 + b).$$

$$\text{Ответ: } (a - 3 - b)(a - 3 + b)$$

$$2) x^2 - 4x - 9y^2 + 18y - 5$$

Добавим к  $x^2 - 4x$  число 4, чтобы дополнить до полного квадрата (и вычтем, чтобы выражение не изменилось).

Слагаемые  $-9y^2 + 18y$  тоже будут основой для полного квадрата, только этот квадрат вычитается:

$$(x^2 - 4x + 4) - 4 - (9y^2 - 18y) - 5$$

Во вторую скобку добавим 9 для полного квадрата и сразу вычтем:

$$(x^2 - 4x + 4) - 4 - (9y^2 - 18y + 9 - 9) - 5$$

Выделим квадраты:

$$(x - 2)^2 - 4 - ((3y - 3)^2 - 9) - 5$$

Упростим:

$$(x - 2)^2 - (3y - 3)^2$$

Разность квадратов:  $(x + 3y - 5)(x - 3y + 1)$

Ответ:  $(x + 3y - 5)(x - 3y + 1)$

$$3) 27a^3b - 125b + 45a(5b - 3ab)$$

У первых двух слагаемых вынесем общий множитель, и из скобки также вынесем общий множитель:

$$b(27a^3 - 125) + 45ab(5 - 3a)$$

В первых скобках разность кубов:

$$b(3a - 5)(9a^2 + 15a + 25) + 45ab(5 - 3a)$$

Появились противоположные множители:  $3a - 5$  и  $5 - 3a$ . Чтобы получить одинаковую скобку, преобразуем вторую часть:

$$b(3a - 5)(9a^2 + 15a + 25) - 45ab(3a - 5)$$

Выносим общий множитель  $b(3a - 5)$  :

$$b(3a - 5)(9a^2 + 15a + 25 - 45a) = b(3a - 5)(9a^2 - 30a + 25) = b(3a - 5)(3a - 5)^2 = b(3a - 5)^3$$

Ответ:  $b(3a - 5)^3$

$$4) 9p^3 - 12p^2 + 6p - 1$$

В одночлене  $9p^3$  буква — куб, а коэффициент нет. Разделим его на два слагаемых так, чтобы коэффициенты также были кубами (возможно, это поможет выделить полный куб):

$$8p^3 + p^3 - 12p^2 + 6p - 1$$

Первый одночлен и три последних образуют куб разности:

$$(2p - 1)^3 + p^3$$

Теперь разложим по формуле суммы кубов:

$$(2p - 1 + p)((2p - 1)^2 - p(2p - 1) + p^2) = (3p - 1)(3p^2 - 3p + 1)$$

Ответ:  $(3p - 1)(3p^2 - 3p + 1)$

**3 Найти значение выражения.**

Зная  $x^2 + y^2$  и  $xy$ , можно найти  $(x + y)^2$  :

$$(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2 = 19 + 2 \cdot 3 = 25$$

Какое число нужно возвести в квадрат, чтобы получить 25?

Число 5 и число  $-5$ .

(На следующем занятии будет алгоритм, как решать такие уравнения и находить все корни.)

Ответ: 5 или  $-5$ .

**4 Найти значение выражения.**

Возведём  $a^2 + b^2$  в куб:

$$(a^2 + b^2)^3 = a^6 + 3a^4b^2 + 3a^2b^4 + b^6 = a^6 + b^6 + 3a^2b^2(a^2 + b^2)$$

Подставим известные значения:

$$1 = a^6 + b^6 + 3a^2b^2$$

Это и есть искомое значение.

Ответ: 1

**5 Найти значение выражения.**

Возведём  $x + y$  в куб:

$$(x + y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3 = x^3 + y^3 + 3(x^2y + xy^2)$$

Подставим известные значения:

$$(x + y)^3 = 9 + 3 \cdot 6 = 27$$

$$x + y = 3$$

Ответ: 3