

## Домашнее задание

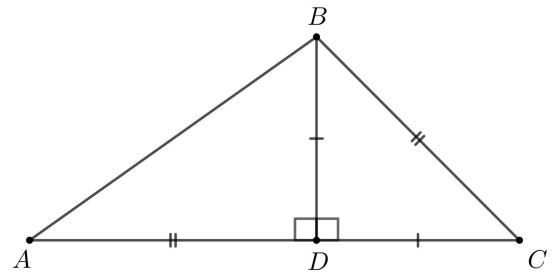
- 1** Все утверждения ниже **неверны**. Приведите опровергающий рисунок к каждому из них.
- 1) Если две стороны и угол одного треугольника равны двум сторонам и углу другого треугольника, то такие треугольники равны.
  - 2) Если треугольники  $ABC$  и  $ADC$  прямоугольные и равнобедренные, то  $AC = AD$ .
  - 3) Если одна сторона треугольника в два раза больше другой, то и противолежащий ей угол в два раза больше угла, лежащего против второй стороны.
- 2** Задачи только с ответом или рисунком.
- 1) Нарисуйте тупоугольный треугольник и проведите все три его высоты.
  - 2) Найдите сумму внешних углов треугольника (для каждого внутреннего угла берётся один внешний).
  - 3) В треугольнике два угла равны  $20^\circ$  и  $60^\circ$ . Разрежьте его на два равнобедренных треугольника.
- 3** Докажите **свойство биссектрисы внешнего угла равнобедренного треугольника**:  
Биссектриса внешнего угла, прилежащего к основанию равнобедренного треугольника, параллельна его боковой стороне.
- 4** Докажите **признак равнобедренного треугольника**:  
Если биссектриса внешнего угла треугольника параллельна стороне, противолежащей соответственному внутреннему углу, то треугольник равнобедренный.
- 5** В  $\triangle ABC$  с прямым углом  $C$  проведена высота  $CD$ .  $CE$  — биссектриса треугольника  $ACD$ . Докажите, что  $BC = BE$ .
- 6** В треугольнике  $ABC$  угол  $A$  равен  $\alpha$ . Биссектриса угла  $B$  и биссектриса внешнего угла  $C$  пересекаются в точке  $D$ . Найдите угол  $BDC$ . (Выразите его через  $\alpha$ .)

## Решения ДЗ

- 1** 1) Если две стороны и угол одного треугольника равны двум сторонам и углу другого треугольника, то такие треугольники равны.

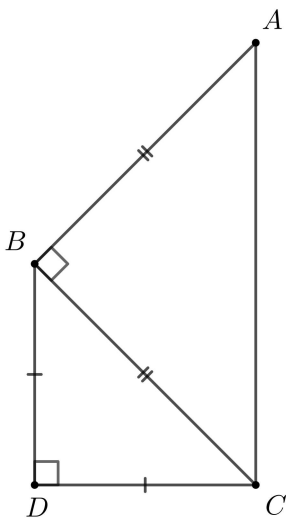
Это утверждение похоже на 1й признак равенства треугольника, но нет условия, что угол находится между сторонами.

На рисунке треугольники  $ABD$  и  $CBD$  — прямоугольные,  $AD = CB$ ,  $BD = DC$ , но треугольники не равны.



- 2) Если треугольники  $ABC$  и  $ADC$  прямоугольные и равнобедренные, то  $AC = AD$ .

Неверно, например:



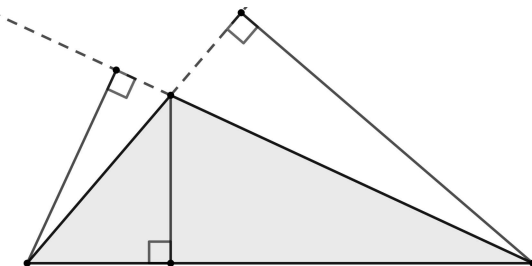
- 3) Если одна сторона треугольника в два раза больше другой, то и противолежащий ей угол в два раза больше угла, лежащего против второй стороны.

«Уточнение» (неверное) теоремы о соотношении сторон и углов треугольника. Верно, что напротив большей стороны лежит больший угол; неверно то, что соотношение сторон равно соотношению углов.

Контрпример — треугольник  $30 \times 60 \times 90$ .

- 2** 1) Нарисуйте тупоугольный треугольник и проведите все три его высоты.

Основания высот, опущенных из вершин острых углов, лежат не на самих сторонах треугольника, а на их продолжениях:

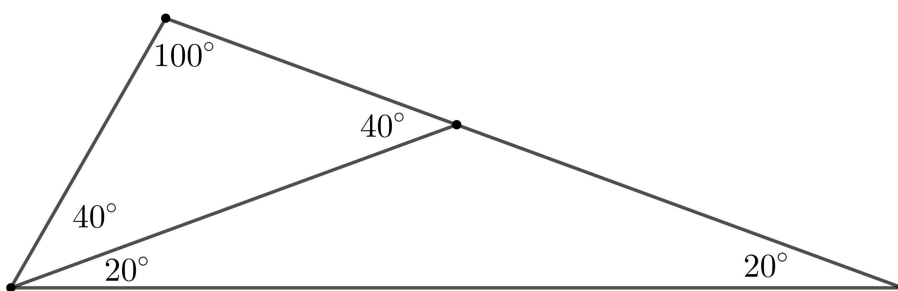


- 2) Найдите сумму внешних углов треугольника (для каждого внутреннего угла берётся один внешний).

Если внутренние углы треугольника равны  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , то внешние углы равны  $180^\circ - a$ ,  $180^\circ - b$ ,  $180^\circ - c = 3 \cdot 180^\circ - (a + b + c) = 3 \cdot 180^\circ - 180^\circ = 360^\circ$ .

- 3) В треугольнике два угла равны  $20^\circ$  и  $60^\circ$ . Разрежьте его на два равнобедренных треугольника.

Нужно провести отрезок из вершины угла  $60^\circ$ , разделив его на углы  $40^\circ$  и  $20^\circ$ :



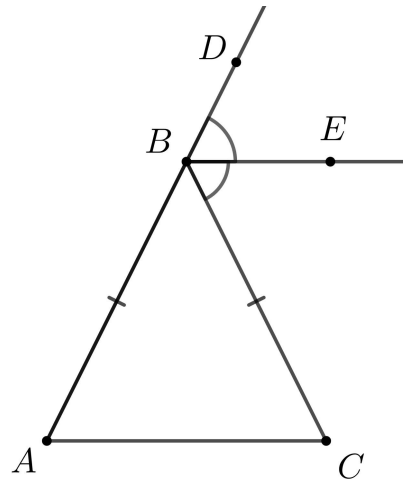
**3** Биссектриса внешнего угла, прилежащего к основанию равнобедренного треугольника, параллельна его боковой стороне.

1)  $\angle A = \angle C$  по св-ву р/б треугольника. Обозначим их градусную меру  $x$ .

2)  $\angle CBD = 2x$  (св-во внешнего угла  $\triangle ABC$ ).

3)  $\angle CBE = \frac{1}{2}\angle CBD$  (по условию  $BE$  — биссектриса этого угла)  $\rightarrow \angle CBE = x$ .

4)  $BE \parallel CA$  по признаку ( $\angle ACB = \angle CBE$  — накрест лежащие), что и требовалось доказать.



**4** Признак равнобедренного треугольника доказывается аналогично свойству.

**5** В  $\triangle ABC$  с прямым углом  $C$  проведена высота  $CD$ .  $CE$  — биссектриса треугольника  $ACD$ . Докажите, что  $BC = BE$ .

1) Пусть  $\angle A = x$ . Тогда в  $\triangle ABC$   $\angle B = 90^\circ - x$ .

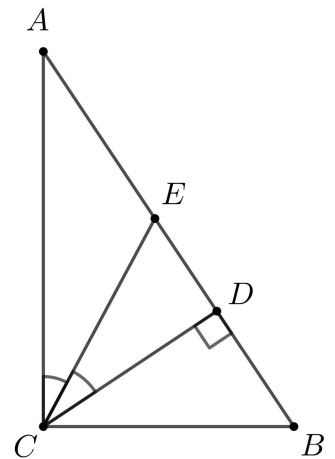
2) В  $\triangle CBD$   $\angle BCD = 90^\circ - \angle B = x$ .

3)  $\angle DCE = \angle ECA = \frac{1}{2}(90^\circ - x) = 45^\circ - \frac{1}{2}x$ .

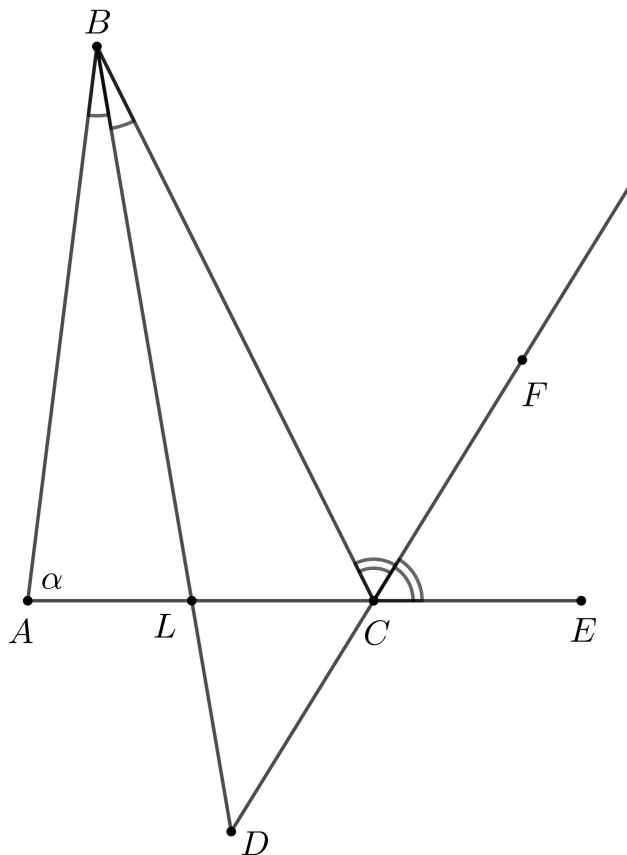
4)  $\angle CED$  — внешний угол  $\triangle ACE$ . По св-ву внешнего угла  $\angle CED = x + 45^\circ - \frac{1}{2}x = 45^\circ + \frac{1}{2}x$ .

5)  $\angle BCE = x + 45^\circ - \frac{1}{2}x = 45^\circ + \frac{1}{2}x$ .

6) В  $\triangle BCE$   $\angle C = \angle E \Rightarrow \triangle BCE$  р/б по признаку ( $BC = BE$ ).



- 6 В треугольнике  $ABC$  угол  $A$  равен  $\alpha$ . Биссектриса угла  $B$  и биссектриса внешнего угла  $C$  пересекаются в точке  $D$ . Найдите угол  $BDC$ .



- 1) Пусть  $\angle B = 2x$  ( $\angle ABL = \angle CBL = x$ ).
- 2)  $\angle BCE = \alpha + 2x$  по св-ву внешнего угла  $\triangle ABC$ .
- 3)  $\angle LCD = \angle ECF = \frac{1}{2}(\alpha + 2x) = x + \frac{\alpha}{2}$ .
- 4)  $\angle BLC = \alpha + x$  по св-ву внешнего угла  $\triangle ABL$ .
- 5) Также  $\angle BLC$  — внешний угол  $\triangle DLC$ . Значит,  $\angle D = \angle BLC - \angle LCD = \alpha + x - x - \frac{\alpha}{2} = \frac{\alpha}{2}$ .