

ВНЕШНИЙ УГОЛ ТРЕУГОЛЬНИКА

Классная работа

1 Сформулируйте теорему о соотношении сторон и углов треугольника. Сформулируйте неравенство треугольника

2 Разминка.

1) Есть палочки с длинами 2, 3, 4, 5, 6 см. Сколько треугольников можно составить из них? (Одну палочку можно использовать для разных треугольников.)

2) В треугольнике длина одной стороны равна 4, а другой — 5. Какие целые значения может принимать длина третьей стороны?

3 Верно ли, что...

1) Если внешний угол при вершине A треугольника ABC равен 120° , а внутренний угол B равен 50° , то сторона AB является самой короткой в этом треугольнике.

2) В $\triangle ABC$, если $\angle A > \angle B$, то высота из A больше высоты из B .

3) Если периметр равнобедренного треугольника равен 25, а одна сторона равна 5, то другая сторона обязательно равна 10.

4 Задачи на соотношение элементов треугольника.

1) В равнобедренном треугольнике ABC ($AB = AC$) внешний угол при вершине C равен 110° . На продолжении стороны CB за точку B отметили точку D , а на продолжении стороны BC за точку C — точку E так, что $BD = CE$. Известно, что $\angle DAE = 130^\circ$. Найдите $\angle CAE$.

2) Докажите, что если в $\triangle ABC$ $AB > AC$, AD — биссектриса ($D \in BC$), то $BD > DC$.

Подсказка. Дополнительное построение: на стороне AB от точки A отложите отрезок, равный AC .

5 Внешний угол треугольника. Теория:

- 1) Внешний угол треугольника равен сумме двух внутренних углов, не смежных с ним.
- 2) Биссектрисы внутреннего и внешнего угла треугольника перпендикулярны.
- 3) Биссектриса внешнего угла треугольника параллельна противоположной стороне треугольника тогда и только тогда, когда треугольник равнобедренный.

6 Задача на внешний угол треугольника. В $\triangle ABC$ с основанием AC на стороне AB отмечена точка D , на стороне BC отмечена точка E так, что $BD = DE = EA = AC$. Найдите градусную меру $\angle B$.

Решения классной работы

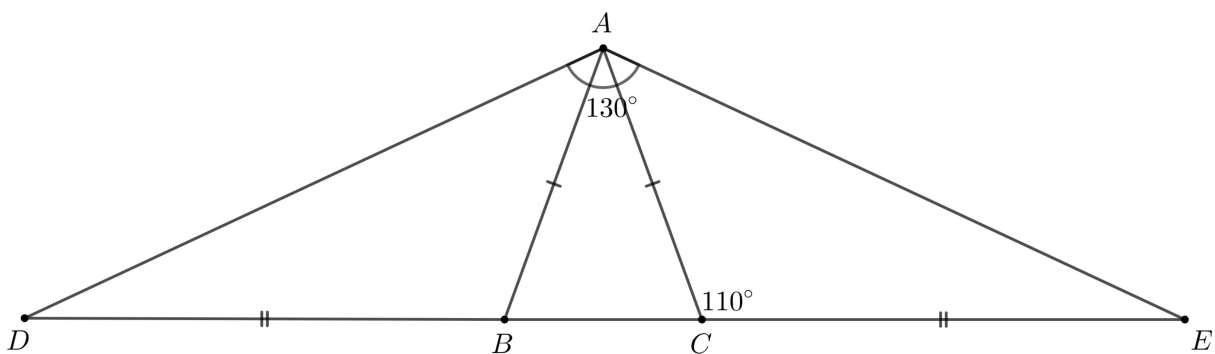
- 1** Теорема о соотношении углов и сторон треугольника. В любом треугольнике: 1) против большей стороны лежит больший угол; 2) против большего угла лежит большая сторона.

Неравенство треугольника. В треугольнике сумма длин любых двух сторон больше длины третьей стороны.

- 2** 1) 7 треугольников; 2) от 2 до 8.

- 3** 1) Неверно, сторона AB самая длинная.
2) Неверно, например, если $\angle A$ тупой. (На самом деле, это утверждение неверно всегда: к большей стороне проведена меньшая высота).
3) Верно. Если 5 — основание, то боковые стороны равны 10. Такой треугольник существует (проверяем по неравенству треугольника). Если 5 — боковая сторона, то основание 15, и треугольник 5-5-15 не существует.

- 4** Дано: $AB = AC$, $BD = CE$, $\angle ACE = 110^\circ$, $\angle DAE = 130^\circ$.
Найти: $\angle CAE$.

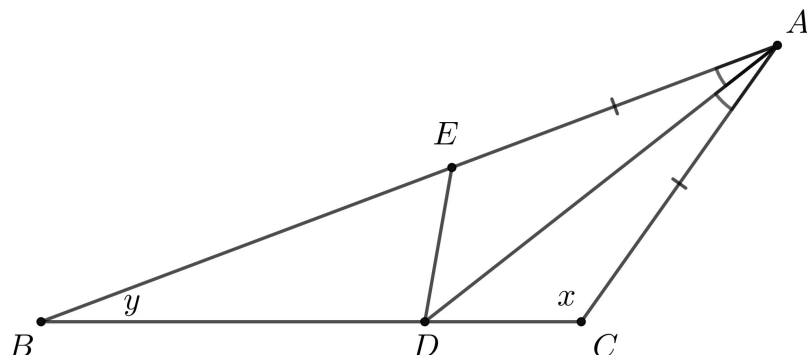


- 1) $\angle ACB = 70^\circ$ (по свойству суммы смежных углов). $\angle ABC = \angle ACB = 70^\circ$ (по свойству р/б $\triangle ABC$).
- 3) $\angle BAC = 40^\circ$ (по свойству суммы углов треугольника).
- 4) $\triangle ABD = \triangle ACE$ (по I признаку: $BD = CE$, $AB = AC$ по условию, $\angle ABD = \angle ACE$ как смежные с равными). Тогда $AD = AE$ как соответственные стороны.
- 5) По свойству р/б $\triangle ADE$ $\angle D = \angle E = \frac{180^\circ - 130^\circ}{2} = 25^\circ$.

6) В $\triangle AEC$ $\angle CAE = 180^\circ - 110^\circ - 25^\circ = 45^\circ$.

Ответ: $\angle CAE = 45^\circ$.

5 Дано: $\triangle ABC$, $AB > AC$, AD — биссектриса. Доказать: $BD > DC$.



1) Отложим на стороне AB отрезок AE , равный AC .

2) $\triangle ADE = \triangle ADC$ по I признаку. Пусть $\angle ACD = \angle AED = x$, $\angle B = y$.

3) Нужно доказать, что в $\triangle BED$ $BD > DE$ (так как $DE = DC$). То есть нужно доказать, что $\angle BED > \angle B$, то есть $180^\circ - x > y$.

4) Это неравенство легко получить из неравенства $x + y < 180^\circ$ (это верно, т.к. x и y — два угла треугольника). Значит, $\angle BED > \angle B \implies BD > ED \implies BD > DC$, что и требовалось доказать.

6 Дано: $AB = BC$; $BD = DE = AE = AC$. Найти: $\angle B$.

1) Обозначим $\angle B = x$. Тогда в р/б $\triangle BDE$ $\angle DEB = x$.

2) $\angle ADE = 2x$ (внешний угол $\triangle ADE$).
 $\angle EAD = 2x$ (по св-ву р/б $\triangle DAE$).

3) В $\triangle DAE$ $\angle DEA = 180^\circ - 4x$.

4) $\angle CEA = 180^\circ - (180^\circ - 4x) - x = 3x$ (сумма трёх углов с вершиной E равна 180°).

5) В р/б $\triangle AEC$ $\angle C = \angle AEC = 3x$.

6) $\triangle ABC$: $x + 3x + 3x = 180^\circ \implies x = \frac{180^\circ}{7}$.

Ответ: $\frac{180^\circ}{7}$.

